

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2021-2022
30 Novembre 2021 ¹

Esercizio 1. Si considerino in S_7 i seguenti elementi

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Si determini $f^{-1}, g^{-1}, h^{-1}, f \circ g, f \circ h, g \circ f, g \circ h, h \circ g$.

Esercizio 2. Nel gruppo di permutazioni S_7 si considerino i cicli:

$$f = (357), h = (524), g = (2456)$$

Scrivere le permutazioni associate a f, g e h .

Esercizio 3. Determinare le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$, dove

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 5 & 9 & 7 & 4 & 6 & 2 & 8 & 3 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 7 & 9 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4. Scrivere le seguenti permutazioni come prodotto di cicli disgiunti e determinarne l'ordine

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 9 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

(Ovviamente, la prima permutazione è un elemento di S_7 , la seconda di S_9 ...).

Esercizio 5. Nel gruppo di permutazioni S_7 , determinare l'ordine degli elementi:

$$f = (357), h = (524), g = (37)(2456)$$

Esercizio 6. Si consideri in S_9 la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 8 & 1 & 9 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere f come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Calcolare l'ordine di f .
- (3) Calcolare l'ordine del sottogruppo H generato da f .
- (4) Calcolare l'ordine degli elementi del sottogruppo H .

Esercizio 7. Si consideri in S_9 la seguente permutazione

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 5 & 9 & 7 & 4 & 6 & 2 & 8 & 3 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 7 & 9 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

- (1) Scrivere h come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Calcolare h^{-1} .
- (3) Calcolare l'ordine di h e di g .
- (4) Calcolare l'ordine del sottogruppo generato da h e del sottogruppo generato da g .
- (5) Determinare esplicitamente tutti gli elementi del sottogruppo generato da h e del sottogruppo generato da g .

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.