

## ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

Informatica, Corso A-L, A. A. 2024-2025  
Donatella Iacono  
30 Ottobre 2024 <sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Si definisca la seguente relazione sull'insieme  $A = \mathbb{R}$ :

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a \mathcal{R} b \iff a = b^5,$$

ovvero

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid a = b^5\}.$$

Determinare se  $\mathcal{R}$  definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

**Esercizio 2.** Sia  $A$  un insieme finito. Si definisca sull'insieme delle parti di  $A$   $\mathcal{P}(A)$  la seguente relazione

$$\forall X, Y \in \mathcal{P}(A) \quad X \mathcal{R} Y \iff X \subseteq Y.$$

Determinare se  $\mathcal{R}$  definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

**Esercizio 3.** Sia  $A$  un insieme finito. Si definisca sull'insieme delle parti di  $A$   $\mathcal{P}(A)$  la seguente relazione

$$\forall X, Y \in \mathcal{P}(A) \quad X \mathcal{R} Y \iff |X| = |Y|.$$

Determinare se  $\mathcal{R}$  definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

**Esercizio 4.** Sia  $A$  l'insieme delle rette del piano. Si definisca sull'insieme  $A$  la seguente relazione

$$\forall r, s \in A \quad r \mathcal{R} s \iff r \text{ è perpendicolare ad } s.$$

ovvero

$$\mathcal{R} = \{(r, s) \in A \times A \mid r \text{ è perpendicolare a } s\}.$$

Determinare se  $\mathcal{R}$  definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

**Esercizio 5.** Sia assegnata su  $\mathbb{N}$  la relazione:

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \quad a \mathcal{R} b \iff \exists x \in \mathbb{N} \text{ con } b = ax.$$

Determinare se  $\mathcal{R}$  definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

---

<sup>1</sup>Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

**Esercizio 6.** Sia assegnata su  $\mathbb{Z}$  la relazione

$$\mathcal{R} = \{(z, w) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid zw \leq 0\},$$

ovvero

$$\forall z, w \in \mathbb{Z} \quad z\mathcal{R}w \iff zw \leq 0.$$

Determinare se  $\mathcal{R}$  definisce una relazione riflessiva, antisimmetrica, transitiva, una relazione d'ordine parziale, una relazione di ordine totale.

**Esercizio 7.** Sia assegnata su  $\mathbb{Z}$  la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid ab \text{ pari} \},$$

ovvero

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} \quad a\mathcal{R}b \iff \text{il prodotto } ab \text{ è pari.}$$

Stabilire se  $\mathcal{R}$  è riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine parziale, d'ordine totale.

**Esercizio 8.** Sia assegnata su  $\mathbb{Z}$  la relazione

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid xy \text{ dispari} \},$$

ovvero

$$\forall x, y \in \mathbb{Z} \quad x\mathcal{R}y \iff \text{il prodotto } xy \text{ è dispari.}$$

Stabilire se  $\mathcal{R}$  è riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine parziale, d'ordine totale.