

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2022-2023

Donatella Iacono

6 Dicembre 2022 ¹

Esercizio 1. Scrivere le seguenti permutazioni come prodotto di cicli disgiunti e determinarne l'ordine

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 9 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

(Ovviamente, la prima permutazione è un elemento di S_7 , la seconda di S_9 ...).

Esercizio 2. Nel gruppo di permutazioni S_7 , determinare l'ordine degli elementi:

$$f = (357), h = (524), g = (37)(2456)$$

Esercizio 3. Si consideri in S_9 la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 8 & 1 & 9 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere f come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se f è pari o dispari.
- (3) Calcolare l'ordine di f .
- (4) Calcolare l'ordine del sottogruppo H generato da f .
- (5) Calcolare l'ordine degli elementi del sottogruppo H .

Esercizio 4. In S_{10} , sia assegnata la seguente permutazione

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 10 & 2 & 7 & 1 & 3 & 4 & 8 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (1) Descrivere l'elemento g come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Individuare l'ordine di g nel gruppo S_{10} .
- (3) Determinare esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da g .
- (4) Indicare se l'elemento g è pari o dispari.

Esercizio 5. Si consideri in S_7 la seguente permutazione

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 4 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere h come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se l'elemento h è dispari o pari.
- (3) Calcolare l'ordine dell'elemento h nel gruppo S_7 .
- (4) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da h .

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

Esercizio 6. Consideriamo in S_9 la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 7 & 2 & 5 & 6 & 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Esprimere f come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Determinare l'ordine di f in S_9 .
- (3) Stabilire se f è pari o dispari.
- (4) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da f .

Esercizio 7. Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$. Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.

Esercizio 8. Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello $(\mathbb{Z}_{10}, +, \cdot)$. Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.

Esercizio 9. Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello $(\mathbb{Z}_{11}, +, \cdot)$. Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.

Esercizio 10. Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello $(\mathbb{Z}_{16}, +, \cdot)$. Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.

Esercizio 11. Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello $(\mathbb{Z}_{18}, +, \cdot)$. Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.