

## ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

ITPS- Corso B - A. A. 2022-2023

Donatella Iacono

6 Dicembre 2022 <sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Scrivere le seguenti permutazioni come prodotto di cicli disgiunti e determinarne l'ordine

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 9 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

(Ovviamente, la prima permutazione è un elemento di  $S_7$ , la seconda di  $S_9$ ...).

**Esercizio 2.** Nel gruppo di permutazioni  $S_7$ , determinare l'ordine degli elementi:

$$f = (357), h = (524), g = (37)(2456)$$

**Esercizio 3.** Si consideri in  $S_9$  la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 8 & 1 & 9 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere  $f$  come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se  $f$  è pari o dispari.
- (3) Calcolare l'ordine di  $f$ .
- (4) Calcolare l'ordine del sottogruppo  $H$  generato da  $f$ .
- (5) Calcolare l'ordine degli elementi del sottogruppo  $H$ .

**Esercizio 4.** In  $S_{10}$ , sia assegnata la seguente permutazione

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 10 & 2 & 7 & 1 & 3 & 4 & 8 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (1) Descrivere l'elemento  $g$  come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Individuare l'ordine di  $g$  nel gruppo  $S_{10}$ .
- (3) Determinare esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da  $g$ .
- (4) Indicare se l'elemento  $g$  è pari o dispari.

**Esercizio 5.** Si consideri in  $S_7$  la seguente permutazione

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 4 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere  $h$  come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se l'elemento  $h$  è dispari o pari.
- (3) Calcolare l'ordine dell'elemento  $h$  nel gruppo  $S_7$ .
- (4) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da  $h$ .

---

<sup>1</sup>Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

**Esercizio 6.** Consideriamo in  $S_9$  la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 7 & 2 & 5 & 6 & 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Esprimere  $f$  come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Determinare l'ordine di  $f$  in  $S_9$ .
- (3) Stabilire se  $f$  è pari o dispari.
- (4) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da  $f$ .

**Esercizio 7.** Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello  $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$ . Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.

**Esercizio 8.** Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello  $(\mathbb{Z}_{10}, +, \cdot)$ . Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.

**Esercizio 9.** Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello  $(\mathbb{Z}_{11}, +, \cdot)$ . Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.

**Esercizio 10.** Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello  $(\mathbb{Z}_{16}, +, \cdot)$ . Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.

**Esercizio 11.** Scrivere quali elementi sono invertibili e quali sono divisori dello zero nell'anello  $(\mathbb{Z}_{18}, +, \cdot)$ . Inoltre, determinare esplicitamente l'inverso degli eventuali elementi invertibili.