

PROVA SCRITTA DI MATEMATICA DISCRETA

C.L. Informatica, A-L
Bari, 13 Gennaio 2025

Traccia: 1

Esercizio 1. Sia assegnato il seguente sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 41x \equiv 17 & (\text{mod } 4) \\ 2x \equiv 4 & (\text{mod } 6) \\ 11x \equiv 13 & (\text{mod } 5). \end{cases}$$

Risolvere se possibile il sistema, determinandone tutte le soluzioni.

Esercizio 2. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$16x + 54y = 8.$$

Esercizio 3. In S_8 , sia assegnata la seguente permutazione

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 6 & 1 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

- (1) Descrivere esplicitamente l'inverso di g .
- (2) Descrivere l'elemento g come prodotto di cicli disgiunti.
- (3) Stabilire l'ordine di g nel gruppo S_8 .
- (4) Stabilire se l'elemento g è pari o dispari.
- (5) Descrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da g .

Esercizio 4. (1) Stabilire se esiste un grafo con 16 vertici, dei quali: 1 di grado 5, 2 di grado 4, 2 di grado 3, 4 di grado 2 e nessuno di grado maggiore. Se esiste, disegnare il grafico di un tale grafo.
(2) Stabilire se esiste un albero con 16 vertici, dei quali: 1 di grado 5, 2 di grado 4, 2 di grado 3, 4 di grado 2 e nessuno di grado maggiore. Se esiste, disegnare il grafico di un tale albero.

Esercizio 5. Consideriamo 8 Egiziani, 7 Tunisini e 6 Arabi. Gli Arabi sono tutte Donne, tra gli Egiziani ci sono 3 Donne e tra i Tunisini ci sono 3 Uomini.

- a) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 8 persone?
- b) In quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità?
- c) In quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed esattamente un uomo?
- d) In quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed almeno un uomo?

Esercizio 6. Si consideri una funzione $h : A \rightarrow B$. Dare la definizione di immagine di un sottoinsieme di A . Inoltre, siano $X, X' \subseteq A$; dimostrare se è vero che

$$h(X' \cap X) \subseteq h(X') \cap h(X).$$

È vera anche l'uguaglianza $h(X' \cap X) = h(X') \cap h(X)$?