

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

Informatica, Corso A-L, A. A. 2024-2025
Donatella Iacono
13 Dicembre 2024 ¹

Esercizio 1. Siano $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ le seguenti matrici.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Calcolare, se possibile, $\det(A)$, $\det(B)$ e $\det(AB)$.

Esercizio 2. Siano A e B in $M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ le seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Calcolare, se possibile, AB , $\det(A)$ e $\det(B)$.

Esercizio 3. Siano $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ le seguenti matrici.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcolare il determinante di A e di B e se possibile A^{-1} e B^{-1} .

Esercizio 4. Date le seguenti matrici, calcolare il determinante (eventualmente in due modi diversi ovvero scegliendo una diversa riga o colonna).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ -8 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(I valori dei determinanti potrebbero essere 2, 2, -30, -2, 2).

Esercizio 5. Siano $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ e $B \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ le seguenti matrici.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Calcolare, se possibile, A^{-1} e B^{-1} .

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

Esercizio 6. Sia A la seguente matrice in $M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Calcolare i complementi algebrici di ogni elemento, il determinante e A^{-1} .

Esercizio 7. Date le seguenti matrici, calcolare se possibile l'inversa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 8. Si considerino le matrici $A \in M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ e $C \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & -3 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

- (1) Determinare, se possibile, AC e CA .
- (2) Determinare se possibile, il determinante di A e di C .
- (3) Determinare, se possibile, le matrici inverse di A e di C .

Esercizio 9. Siano $B \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ e $D \in M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ le seguenti matrici

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

- (1) Calcolare, se possibile, DB e BD .
- (2) Calcolare, se possibile, il determinante di B e di D .
- (3) Calcolare, se possibile, le matrici inverse di B e di D .