

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

Informatica, Corso A-L, A. A. 2024-2025
Donatella Iacono
09 Ottobre 2024 ¹

Esercizio 1. Date tre proposizioni P , S ed Q , scrivere la tabella di verità di $(P \wedge Q) \rightarrow S$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \exists y \in \mathbb{N} \quad x = t^2 + y.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 2. Date due proposizioni P e Q scrivere la tabella di verità di $P \vee \overline{Q}$, dove \overline{Q} indica la negazione di Q . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists n \in \mathbb{Z} \text{ tale che } x^2 = n^2 + 1$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Date le seguenti leggi, stabilire se sono funzioni

$$\begin{aligned} f : \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{Z}, & \forall x \in \mathbb{Z} & \quad f(x) = x^2 \\ f : \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{N}, & \forall x \in \mathbb{N} & \quad f(x) = -x^2 \\ f : \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{N}, & \forall a \in \mathbb{N} & \quad f(a) = 2a - 1 \\ f : \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{N}, & \forall t \in \mathbb{N} & \quad f(t) = 2t \\ f : \mathbb{Z} &\rightarrow \mathbb{Z}, & \forall x \in \mathbb{Z} & \quad f(x) = \frac{x}{2} \\ h : \mathbb{Q} &\rightarrow \mathbb{Q}, & \forall y \in \mathbb{Q} & \quad h(y) = \frac{1}{y} \end{aligned}$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow P, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = 2n \quad (\text{con } P = \text{insieme numeri pari})$$

Esercizio 4. Data la seguente legge:

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad f(x) = 2x + 3,$$

stabilire se è una funzione e determinare $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\})$.

Esercizio 5. Data la seguente legge:

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \forall s \in \mathbb{R} \quad g(s) = 2s^3 + 3,$$

stabilire se è una funzione e determinare $g(\{2, 3\})$, $g^{-1}(1)$, $g^{-1}(6)$.

Esercizio 6. Data la seguente legge $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = \begin{cases} 2 & \text{se } n \text{ è pari} \\ 5 & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

Stabilire se è una funzione e calcolare $f^{-1}(\{1\})$ e $f^{-1}(\{1, 2, 3, 4, 5\})$.

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.