

## ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

Informatica, Corso A-L, A. A. 2024-2025  
Donatella Iacono  
5 Dicembre 2024 <sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Si considerino in  $S_7$  i seguenti elementi

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Si determini  $f^{-1}, g^{-1}, h^{-1}, f \circ g, f \circ h, g \circ f, g \circ h, h \circ g$ .

**Esercizio 2.** Nel gruppo di permutazioni  $S_7$  si considerino i cicli:

$$f = (357), h = (524), g = (2456)$$

Scrivere le permutazioni associate a  $f, g$  e  $h$ .

**Esercizio 3.** Determinare le composizioni  $h \circ g$  e  $g \circ h$ , dove

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 5 & 9 & 7 & 4 & 6 & 2 & 8 & 3 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 7 & 9 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 4.** Scrivere le seguenti permutazioni come prodotto di cicli disgiunti

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 9 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

(Ovviamente, la prima permutazione è un elemento di  $S_7$ , la seconda di  $S_9$ ...).

**Esercizio 5.** Determinarne l'ordine delle seguenti permutazioni

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 9 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

(Ovviamente, la prima permutazione è un elemento di  $S_7$ , la seconda di  $S_9$ ...).

**Esercizio 6.** Nel gruppo di permutazioni  $S_7$ , determinare l'ordine degli elementi:

$$f = (357), h = (524), g = (37)(2456)$$

---

<sup>1</sup>Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata.

**Esercizio 7.** In  $S_{10}$ , sia assegnata la seguente permutazione

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 10 & 2 & 7 & 1 & 3 & 4 & 8 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (1) Descrivere l'elemento  $g$  come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Individuare l'ordine di  $g$  nel gruppo  $S_{10}$ .
- (3) Determinare esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da  $g$ .
- (4) Indicare se l'elemento  $g$  è pari o dispari.
- (5) Determinare esplicitamente l'inverso di  $g$ .

**Esercizio 8.** Si consideri in  $S_7$  la seguente permutazione

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 4 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere  $h$  come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se l'elemento  $h$  è dispari o pari.
- (3) Calcolare l'ordine dell'elemento  $h$  nel gruppo  $S_7$ .
- (4) Determinare esplicitamente l'inverso di  $h$ .
- (5) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da  $h$ .

**Esercizio 9.** Consideriamo in  $S_9$  la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 7 & 2 & 5 & 6 & 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Esprimere  $f$  come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Determinare l'ordine di  $f$  in  $S_9$ .
- (3) Stabilire se  $f$  è pari o dispari.
- (4) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da  $f$ .